

**Применение информационно-коммуникационных технологий
на уроках математики
при изучении темы «Функция»**

Методическая разработка

Выполнила учитель математики

МОУ лицея № 86

Карпунина Е.В.

г. Ярославль

2013

Аннотация

Методическая разработка посвящена изучению темы «Функции» в курсе алгебры основной школы.

Тема выбрана неслучайно. Из основных содержательно-методических линий школьного курса алгебры приоритетной является функционально-графическая линия. Чтобы обучающиеся понимали курс алгебры в целом важно, чтобы они полноценно усвоили первичные модели (функции). Это значит, что нужно организовать учебную деятельность по изучению той или иной функции так, чтобы рассмотреть новый объект (конкретную математическую модель-функцию) системно, с разных сторон, в разных ситуациях. Учителям необходимо выполнять социальный заказ общества, который звучит так – ***школа должна научить детей самостоятельно добывать информацию и уметь ею пользоваться*** – это неотъемлемое качество культурного человека в наше время.

В первой части работы даются концептуальные основы изучения темы. Вторая часть посвящена применению информационно-коммуникационных технологий при изучении математики. Применение ИКТ на уроках математики, дает возможность развивать у учащихся пространственное воображение, логическое мышление, овладеть практическими приемами построений, делает процесс обучения технологичнее и результативнее.

Третья часть работы – приложения (презентации, устная работа, конспект урока).

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Введение	4
1. Концептуальные основы изучения темы «Функция»	6
2. Применение информационно-коммуникационных технологий при изучении математики	10
2.1 Теоретические основы использования ИКТ	10
2.2 Конструирование урока с применением ИКТ	11
Заключение	15
Список использованных источников	17
Приложения	18
Приложение 1. Презентация «Задачи по готовым чертежам»	18
Приложение 2. Презентация «Экстремумы функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на указанном промежутке»	20
Приложение 3. Конспект урока «Линейная функция и её график»	22
Приложение 4. Презентация «Применение производной. Исследование функции на монотонность»	35
Приложение 5. Презентация «Степенные функции, их свойства и графики»	37
Приложение 6. Презентация «Элементы теории тригонометрических функций»	39
Приложение 7. Презентация «Показательная функция, её свойства и график»	41
Приложение 8. Презентация «Задания по теме «Функции» (1)	45
Приложение 9. Презентация «Задания по теме «Функции» (2)	47
Приложение 10. Презентация «Графики»	49
Приложение 11. Презентация «Методические материалы для подготовки учащихся 9-х классов к итоговой аттестации в новой форме»	51
Приложение 12. Презентация «Функции (теоретические материалы)»	53
Приложение 13. Презентация «Устная работа 1. Решение заданий В8 (подготовка к ЕГЭ)	58
Приложение 14. Презентация «Устная работа 2. Решение заданий В8 (подготовка к ЕГЭ)	60

ВВЕДЕНИЕ

При исследовании различных явлений и процессов природы, решении технических задач, изучении математики встречаются примеры изменений одной величины в зависимости от изменения другой, так называемой функциональной зависимости.

Понятие функциональной зависимости – одно из важнейших понятий современной математики, оно «как ни одно другое воплощает в себе диалектические черты современного математического мышления, именно оно приучает мыслить величины в их живой изменчивости, а не в искусственном отрыве друг от друга».^[1]

Одной из задач курса математики основной школы является изучение свойств и графиков элементарных функций, использование функционально-графических представлений для описания и анализа реальных зависимостей. Поэтому необходимо, чтобы первоначальные сведения о функциях были правильно восприняты и прочно усвоены.

Содержание обучения в начальной школе дает возможность осуществить пропедевтику изучения функций при введении буквенных выражений, при рассмотрении зависимости между компонентами арифметических действий, при решении текстовых задач, в которых используются зависимости между различными величинами.

При обучении в основной школе учащиеся приобретают систематизированные знания об элементарных функциях и их свойствах, овладевают навыками построения графиков. Основной материал связан с линейной и квадратичной функциями.

В старших классах развитие функциональной линии происходит в нескольких аспектах:

- ✓ рассматриваются новые свойства функций (периодичность, наличие точек максимума или минимума);
- ✓ изучаются новые классы функций – тригонометрические, показательные, логарифмические функции;
- ✓ вводятся понятия производной, первообразной и интеграла, которые находят широкое применение при решении различных задач, связанных с исследованием функций, решением физических задач и т.п.

Выпускник современной школы должен уметь самостоятельно принимать решения, активно действовать, адаптироваться к изменяющимся условиям жизни. В школе для учащихся необходимо создать условия, которые могут обеспечить следующие возможности:

- ✓ вовлечения каждого учащегося в активный познавательный процесс;
- ✓ совместной работы для решения разнообразных проблемных ситуаций;
- ✓ общения со сверстниками из других школ, регионов, стран;
- ✓ умения работать с информацией.

¹ Хинчин А.Я Педагогические статьи. М.: издательство Академии педагогических наук России

Создание условий для развития личности, способной к самореализации – основная задача современной школы. Основная задача образования – научить обучающегося **получать** знания, самостоятельно выбирать образовательную траекторию. Выпускник должен уметь работать самостоятельно и в группе, уметь пользоваться дополнительной литературой, электронными и другими источниками информации, проникать в суть проблемы и находить пути её решения. Использование информационно-коммуникационных технологий позволяет получить учащимся навыки, необходимые для жизни, дальнейшей учёбы, работы в современном обществе.

Данная работа посвящена использованию ИКТ при изучении темы «Функции» в курсе математики основной школы.

Цели работы:

- обобщить свой опыт работы по организации обучения по теме «Функции»;
- обобщить методику применения информационных технологий на уроках математики при изучении данной темы, показать эффективность применения данной технологии.

1 КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ФУНКЦИЯ»

В лицее №86 реализовано профильное обучение по следующим направлениям: физико – математическое, химико – математическое и информационно - математическое.

Преподавание математики в профильных классах должно отличаться от преподавания в обычной школе. Ясно, что в классе, скомплектованном из учащихся, выбравших математику для углубленного изучения, можно отказаться от различных форм мелочной опеки. Известные приемы построения уроков обретают здесь новый смысл, могут применяться по-новому, более широко. Важны уроки разных типов:

- ✓ *уроки лекционного типа*, на которых, например, могут ставиться задачи, анализироваться истоки возникновения новых математических методов и результаты, которых с их помощью удалось достичь;
- ✓ *уроки-беседы*, на которых совместными усилиями учителя и учащихся доказываются теоремы;
- ✓ *уроки-практикумы*, на которых учащиеся самостоятельно решают задачи, добываясь отработки навыков;
- ✓ *уроки-семинары*, на которых учащиеся рассказывают о совместном решении какой-то задачи, разделенной на несколько частей.

Изучение функциональной линии в МОУ лицей № 86.

Из основных содержательно-методических линий школьного курса алгебры для 7-11 классов в качестве приоритетной выбрана **функционально-графическая линия**. Прежде всего, это выражается в том, что какой бы класс функций, уравнений, выражений ни изучался, построение материала практически всегда осуществляется по схеме:

функция – уравнения – преобразования.

В основе изучения функциональной линии лежит концепция А. Г. Мордковича.

Определение функции мы вводим в курсе алгебры 9 класса, хотя много работаем с функциями и их свойствами в 7 и в 8 классах.

Математические модели напрямую связаны с функциями, поэтому функции становятся ведущей идеей курса алгебры практически во всех разделах. Каждый год обучения ориентирован на конкретную модель реальной действительности:

- ✓ Основная тема 7 класса – линейная функция, что с точки зрения моделирования реальных процессов соответствует равномерным процессам.
- ✓ Основная тема 8 класса – квадратичная функция, моделирующая ускоренные процессы.
- ✓ Основная тема 10 класса – тригонометрические функции, они моделируют периодические процессы.
- ✓ В 11 классе появляется показательная функция, моделирующая процессы органического роста.

Таким образом, тезис «математика изучает математические модели» наполняется конкретным содержанием: четыре типа основных моделей реальной действительности, изучаемых в школе (на уроках математики, физики, химии и т.д.), четко разводятся по годам изучения школьного курса алгебры.

Концепция изучения функций в школе предполагает единообразную структуру изложения материала и создания системы упражнений при изучении любого нового класса функций. Она включает в себя шесть направлений:

1. *кусочно–заданные функции*; т.е. функции, заданные различными формулами на разных промежутках области определения. Во многих случаях именно эти функции являются математическими моделями реальных ситуаций. Отметим воспитательный момент: это воспитание умения принять решение, зависящее от правильной ориентировки в условиях, это и своеобразная эстетика – оценка красоты графиков кусочно-заданных функций, предложенных разными учениками.
2. *отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на заданном промежутке*;

Начиная с 7 класса, я предлагаю учащимся задания такого типа: найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x + 3$ на отрезке $[1;3]$. Предполагается, что они построят график линейной функции $y = 2x + 3$, выделяют часть графика на отрезке $[1;3]$ и по графику найдут наибольшее и наименьшее значения функции. Это новая игра с «линейной» функцией, когда график нужен не сам по себе, а для ответа на вопрос задачи (график не цель, а средство).

3. *преобразование графиков*;

В курсе алгебры 8 класса в теоретическом плане изучаются два преобразования: параллельный перенос – построение графика функции $y = f(x+t)+m$ с помощью известного графика функции $y = f(x)$ и построение графика функции $y = -f(x)$ – симметрия относительно оси абсцисс. В 9 классе мы знакомим школьников с другими преобразованиями графиков: симметрия относительно оси ординат, растяжение и сжатие графика, построение графика функции $y = mf(x)$ по известному графику функции $y = f(x)$.

4. *графическое решение уравнений*;

Функционально-графический метод решения уравнений должен всегда быть первым и одним из главных при решении уравнений любых типов. Недобства, связанные с применением графического метода создают ту **проблемную ситуацию**, которая приводит к необходимости отыскания алгоритмов аналитических способов решения уравнения. Эта идея является основной во всем школьном курсе алгебры.

График функции является *не целью, а средством*, помогающим решить уравнение. В учебной программе графический способ решения уравнения всегда предшествует аналитическим способам. Опыт показывает, что графический метод решения уравнений ребятам нравится, они чувствуют его полезность и красоту и в то же время ощущают проблемность ситуации, вызванную ненадежностью этого метода решения уравнения.

5. *чтение графика*;

Очень важно научить учащихся по графику описывать свойства функции, переходить от заданной геометрической модели (графика) к вербальной (словесной).

6. функциональная символика.

Как только в 7 классе появляется запись $y = f(x)$, я предлагаю учащимся примеры, нацеленные на осознание смысла этой записи (примеры на функциональную символику). Опыт показывает, что они часто не могут, например, исследовать функцию на четность потому, что не понимают смысла записи $f(-x)$. Поэтому мы решаем задания следующего типа: для функции $y = f(x)$, где $f(x) = 2x^2 + 5x + 3$, найти $f(0)$, $f(1)$, $f(a)$, $f(a - 1)$, $f(a + 2)$, $f(3a)$, $f(-x)$, $3f(x)$, $f(x^2)$ и т.д.

Способы задания функции.

Представить функцию можно по-разному, например, **словесным описанием**.

Пример 1: при равномерном движении пройденный путь прямо пропорционален времени, затраченному с момента начала движения. В этом случае мы говорим о расстоянии, как линейной функции времени.

Следующий способ задания функции – **табличный**.

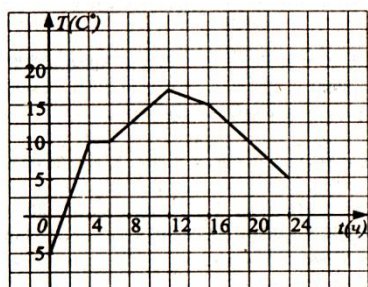
Пример 2: Стоимость проезда в пригородном поезде зависит от номера зоны, к которой относится станция. Эта зависимость показана в таблице (буквой n обозначен номер зоны, а буквой m - соответствующая стоимость проезда в рублях):

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	0,8	1,5	2	2,9	3,5	4	6	7,7	8,5

По этой таблице для каждого значения n можно найти соответствующее значение m . В этом случае n является независимой переменной, а m - зависимой переменной.

Ещё один способ задания функции – **аналитический**, то есть с помощью формулы.

Каждый способ задания функции хорош по-своему: **словесный** – наиболее простой (если функцию можно описать понятными фразами); **табличный** способ используют тогда, когда функция может принимать лишь несколько отдельных значений; **аналитический** способ используют чаще других, так как с помощью формулы можно вычислять значения функции, анализировать и выяснять её свойства. Но существует **графический** способ задания функции – самый наглядный из всех. График функции – это линия, позволяющая увидеть характер изменения функции по мере изменения аргумента. Начерченный график – это краткое и наглядное описание какого-либо процесса, или цепочки событий, или ряда наблюдений. Недаром считают, что график – это «говорящая линия», которая может много рассказать.



Пример 3: На рисунке изображен график температуры воздуха в течение суток. С помощью этого графика для каждого момента времени t (в часах), где $0 \leq t \leq 24$, можно найти соответствующую температуру T ($^{\circ}\text{C}$).

Например, если $t = 6$, то $T = 10$; если $t = 16$, то $T = 15$; если $t = 24$, то $T = 5$. Здесь t является независимой переменной, а T – зависимой переменной.

Рассматривая различные примеры, проводя аналогии между ними, учащиеся интуитивно нащупывают суть понятия функции, строят догадку относительно функциональных зависимостей в быту и в природе, и получают ее подтверждение в последующих примерах. Второй не менее важной причиной является то, что каждый из этих примеров содержит функцию заданную одним из возможных способов. В первом примере она задана словесным способом, во втором – табличным, в третьем – графическим. Это не случайность, разбирая примеры вместе с учителем, дети сразу привыкают к различным способам задания функций. И когда преподаватель начнет рассказывать о способах задания функций, ученикам будет гораздо легче осознать новый материал, потому что для них он не будет абсолютно новым; они уже сталкивались с этим ранее.

Далее дается определение **функции**, вводятся термины: **аргумент** и **значение** функции.

«В рассмотренных примерах каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной. Такую зависимость одной переменной от другой называют функциональной зависимостью или функцией. Независимую переменную иначе называют аргументом, а о зависимой переменной говорят, что она является функцией от этого аргумента. Значения зависимой переменной называют значениями функции. Все значения, которые принимает независимая переменная, образуют область определения функции».

Требования к обязательному уровню усвоения материала:

Обучающийся должен уметь

- ✓ определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- ✓ строить графики изученных функций, выполнять преобразование графиков;
- ✓ описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
- ✓ решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления.
- ✓ использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов.

2 ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

2.1 Теоретические основы использования ИКТ

Разноуровневое обучение, проектная деятельность и любые другие технологии, используемые в настоящее время невозможны без использования ИКТ. Поэтому я применяю информационно-коммуникационные технологии обучения, что позволяет мне видоизменять процесс преподавания, реализовывать дифференцированный подход, интенсифицировать занятия, совершенствовать самоподготовку обучающихся.

Цели использования информационно-коммуникационных технологий:

- развитие личности обучаемого за счёт приобщения его к экспериментально-исследовательской деятельности, формирования познавательного интереса;
- активизация познавательной деятельности обучающихся;
- повышение мотивации и качества процесса обучения математике;
- формирование коммуникативной компетенции обучающихся;
- подготовка учеников к будущей профессиональной деятельности в условиях информатизации.

ИКТ позволяют *рационально организовать познавательную деятельность, обеспечить учащимся собственную траекторию обучения*, использовать компьютерную графику и компьютерное моделирование.

Материально-техническое обеспечение:

- *Интерактивная доска*, программное обеспечение которой позволяет активизировать учебную деятельность на уроках математики;
- *Ноутбук*;
- *Проектор*, с помощью которого любую информацию с ноутбука можно проецировать на большой экран для коллективного просмотра (показ видеороликов, цифровых слайд-шоу, презентаций с графиками, таблицами и эффектами анимации);
- *Документ-камера*, позволяющая проецировать на экран увеличенное изображение математических объектов, предметов, фигур, представленных для демонстрации;
- *Цифровая фотокамера*, позволяющая фотографировать объекты реального мира для заданий на сопоставление с различными математическими объектами.

Средства ИКТ, применяемые на уроках:

- образовательные электронные издания (методическая медиатека);
- мультимедийные презентации, собственные цифровые учебно-методические материалы;
- компьютерные тесты;
- интернет-коллекция ЦОРа по предмету,
- интернет ресурсы по математике.

Исходя из личного опыта, перечислю **преимущества** использования информационных технологий на уроках:

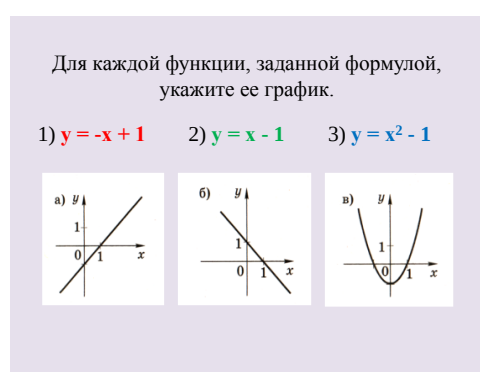
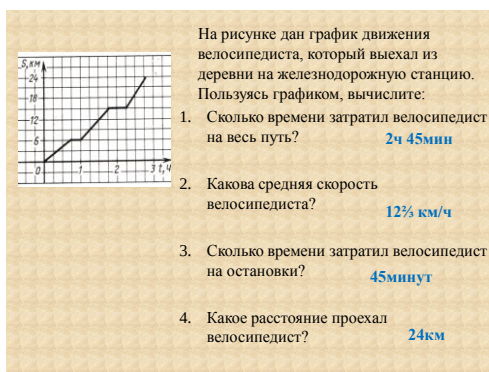
- Экономия учебного времени. Учителю нет необходимости писать на доске, сэкономленное время можно посвятить более полному объяснению материала.
- Можно показать больше наглядного материала (графиков, таблиц, анимационных картинок), нажатием клавиши сменяя их на экране; информация без лишних задержек воздействует на зрение и слух, ученики лучше запоминают и усваивают новый материал.
- Можно показать интересные процессы в действии (например, построение графика функции, преобразования графиков) при помощи анимационных картинок или видеороликов, сопроводив их звуком. Материал становится более **доступным и интересным** для учащихся.
- Облегчается процесс проверки тестовых работ. Программа подсчитает и покажет оценки, количество ошибок и вопросы, где они были допущены.
- Использование контролирующих программ снижает уровень тревожности учащихся.
- Компьютерные уроки, как нетрадиционные, повышают интерес к изучаемому предмету.

2.2 Конструирование урока с применением ИКТ

Использование информационных технологий возможно на различных этапах урока: на этапах устной работы, изучения и закрепления новой темы, проведения самостоятельных, тестовых или творческих работ, а также при подготовке учащихся к экзаменам.

Устная работа с использованием компьютера.

В начале урока через мультимедиа-проектор провожу устный счет, математический диктант, теоретический опрос, решение различных заданий. Такие задания позволяют отрабатывать различные вопросы теории и практики, применяя принципы наглядности, доступности. Их можно использовать на любом уроке в режиме учитель – ученик, взаимопроверки, а также в виде тренировочных занятий.

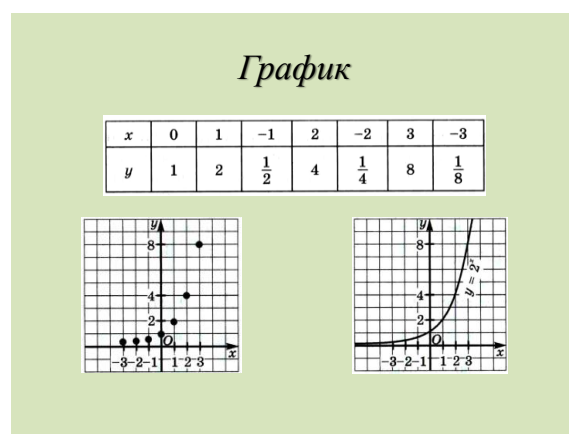


В приложениях к работе предлагаются мультимедийные презентации с заданиями для устной работы «**Задачи по готовым чертежам**» (Приложение 1),

«Экстремумы функции. Нахождение наибольшего и наименьшего и наибольшего значений на указанном промежутке» (Приложение 2)

Изучение и закрепление новой темы.

Для изучения нового материала провожу урок *лекционного типа* с применением мультимедийной презентации. Это даёт мне возможность логично выстроить объяснение, акцентировать внимание учащихся на ключевых моментах, наглядно и в большом объёме продемонстрировать яркие и чёткие графики, а также показать моменты построения графиков функций, используя анимационные эффекты. Презентацию к урокам изучения нового материала готовлю сама, стараюсь включать проблемные вопросы; тогда урок-лекция превращается в урок-беседу с большим объёмом наглядного материала.



Использую презентации на уроках обобщения знаний для быстрого повторения пройденного материала, для отработки умений при решении задач с графическими решениями и сложными построениями; провожу тренировочные самостоятельные работы с выводом решений и ответов на экран.

В приложениях к работе предлагаются конспект урока «**Линейная функция и её график**» (Приложение 3), а также мультимедийные презентации для объяснения тем «**Применение производной. Исследование функции на монотонность**» (Приложение 4), «**Степенные функции, их свойства и график**» (Приложение 5), «**Элементы теории тригонометрических функций**» (Приложение 6), «**Показательная функция, её свойства и график**» (Приложение 7).

Тестирование с использованием компьютера.

Заранее ввожу в компьютеры тест, затем предлагаю учащимся выполнить задания. Ученик работает самостоятельно в течение 5 – 10 минут. Объем и характер заданий позволяет выявить знания за это время. Подобную работу на доске или в тетради учащийся способен выполнить в течение 15 – 20 минут. На одно задание есть несколько вариантов ответов. При верном ответе на вопрос на экран монитора выводится информация «Молодец!», при ошибочном – «Подумай еще!». В конце работы на экране появляется информация о количестве ошибок, а также отметка за решённый тест. В итоге я вижу реальные знания учащихся, а у ребят нет ко мне претензий за выставленную оценку.

График какой функции изображен на рисунке?

МОЛОДЕЦ!

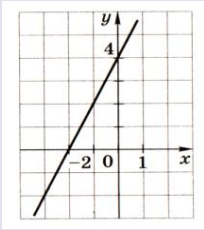
А. $y = 2x + 4$

Б. $y = -2x + 4$

Подумай ещё!

В. $y = x^2 - 4$

Г. $y = -x^2 + 4$



Количество ошибок - 0

Ваша оценка

5

Тестирование с помощью компьютера позволяет получить достаточно полные сведения об успехах обучающихся, экономит время на другие виды контроля знаний, и не является основным. Считаю, что использовать компьютерное тестирование можно только для проверки базовых знаний учащихся.

Применение информационных технологий при подготовке учащихся 9 классов к государственной итоговой аттестации.

В первой части экзаменационной работы чаще всего представлены задания, проверяющие:

1. Умение «считывать» свойства функции по ее графику;
2. Умение анализировать графики, которые описывают зависимость между величинами, например, между расстоянием и временем, между объемом выполненной работы и временем и т.д., умение установить соответствие между графиком функции и ее аналитическим заданием.

Во второй части работы практически во всех заданиях по теме «Функции» требуется сначала построить график функции, а затем его исследовать и ответить на дополнительные вопросы.

Чаще всего в заданиях встречаются квадратичные, линейные и кусочно-заданные функции.

В предлагаемой работе рассматриваются две темы школьного курса алгебры: «**Функции**» (Приложение 8, Приложение 9) и «**Графики**» (Приложение 10). По каждой теме сделана подборка практических задач, которые могут использоваться учителем в образовательном процессе, как с целью обучения учащихся, так и с целью контроля. Также подготовлена презентации «**Методические материалы для подготовки учащихся 9-х классов к итоговой аттестации в новой форме**» (Приложение 11), «**Функции (теоретические материалы)**» (Приложение 12).

Подготовка выпускников средней школы к Единому Государственному Экзамену.

В ЕГЭ содержатся задания, требующие анализа различных функций:

- простые задания: определить по графику корни, экстремумы, значения функций, найти область допустимых значений неизвестного;
- достаточно сложные для многих школьников задания: составление уравнений касательной, экстремумы, определение границ возможных значений функции, точки пересечения графиков функции и др.;

- задания повышенного уровня сложности: на исследование количества решений уравнения с параметрами, требующих построения графика функции и его анализа; а также ряд заданий, требующих умения строить и исследовать графики функций с модулями, параметрами и др.

В данной работе сделана подборка практических задач для подготовки учеников к ЕГЭ «**Задания В8**» (Приложения 12, Приложение 13)

Использование информационных технологий применяю на факультативных занятиях по математике, в исследовательской деятельности учащихся. Проекты дают возможность развивать логическое, образное мышление, пространственное воображение учащихся. Ярким примером **проектных работ** обучающихся являются разработки компьютерных учебных пособий, выполненных школьниками по определённым темам. Социальная значимость добросовестно выполненного проекта также очевидна.

Таким образом, применение информационных технологий на уроках математики, дает возможность у учащихся развивать пространственное воображение, логическое мышление, овладеть практическими приемами построений. А главное информационные технологии развивают способности читать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков, позволяют формировать способность саморазвития и самообразования на современной компьютерной базе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При изучении функций и построении их графиков закладываются основы аналитического мышления, развивается логика, формируются математическая интуиция и навыки уверенного владения методами графического решения уравнений.

Иногда график является единственно возможным способом задания функции. Он широко используется в технике, лежит в основе многих самопишущих автоматических приборов, так что практическая направленность графического метода очевидна.

Умение строить графики и читать их – это важнейший элемент математической культуры. Эти умения необходимы инженеру и врачу, технику и экономисту. Часто график является лишь вспомогательным элементом решения. Следовательно, необходимо знакомить учащихся с различными способами построения графиков.

Задачи графического содержания являются важным средством развития геометрической интуиции учащихся, помогают более глубокому изучению основных понятий, свойств, применению их на практике.

В данной работе я показала применение информационных технологий на уроках математики на примере изучения темы «Функции». Результативность использования информационных технологий:

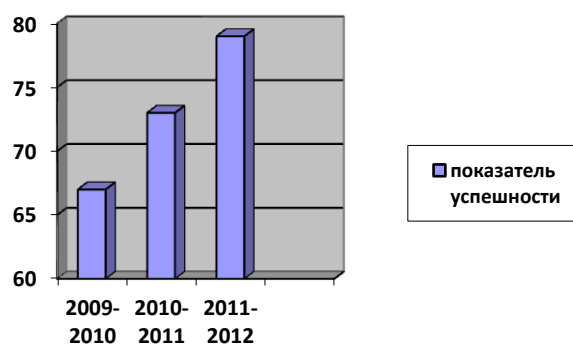
- рост у учащихся навыков самообразования и самовоспитания;
- развитие мышления, **коммуникативной компетентности**, информационной культуры через создание обучающимися собственных информационных продуктов (презентаций, кроссвордов и др.);
- повышение уровня усвоения предмета, так как на уроке демонстрируется большой объём наглядного материала;
- развитие учебно-познавательной компетентности обучающихся;
- повышение общей информационной культуры, необходимой в современных социально-экономических условиях.

Использование информационных технологий делает процесс обучения технологичнее и результативнее. Уроки получаются не похожими друг на друга, что способствует интересу к учению.

При подготовке к уроку я всегда рассматриваю целесообразность использования ИКТ. Замечу, что учащиеся проявляют большой интерес к урокам с применением этой технологии. Высказывая своё мнение об уроках, учащиеся отметили, что использование информационных технологий существенно экономит время, затрачиваемое на построение системы координат и собственно графиков, и позволяет решить гораздо большее количество заданий.

В заключении я провела сравнительный анализ уровня усвоения знаний обучающихся. Результаты оказались следующими: 67% учащихся 9-го класса в 2009–2010 учебном году имели оценки «хорошо» и «отлично» по математике; в 2010–2011 учебном году эту группу составили 73% учащихся 10 классов; в

2011–2012 учебном году выпускников 11 классов, обучающихся на «4» и «5», стало уже 79% (см. гистограмму 1):



Гистограмма 1

Считаю, что использование информационных технологий при изучении математики даёт уроку большие преимущества перед традиционными формами занятий. Но это не означает, что на каждом уроке нужно использовать презентации, компьютерное тестирование или возможности интерактивной доски. Прежде всего необходимо научить учеников алгоритмам, приёмам и способам построения графиков, графической культуре в целом. И только тогда, когда обучающиеся будут владеть этими знаниями и навыками, можно для экономии времени на уроке использовать компьютерную технику для отработки практических знаний, решения задач и т.д.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Канин Е. Начала в изучении функций [Текст]/ Е. Канин. – М.: Чистые пруды, 2005. – (Библиотечка «Первого сентября», серия «Математика». Вып. 5).
2. Карп А. П. Даю уроки математики...[Текст]: кн. для учителя. Из опыта работы.- М.: Просвещение, 1992.
3. Лихолетов И. И. Функции и их графики [Текст]/ И. И. Лихолетов. – Минск: Нар. Асвета, 1970.
4. Макарычев Ю. Н. Алгебра [Текст]: доп. гл. к шк. учеб. 9 кл. Учебное пособие для учащихся шк. и кл. с углубл. изуч. математики/ под ред. Г.В.Дорофеева, Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк.– 2-е изд. – М.: Просвещение, 2009.
5. Мордкович А. Г. Алгебра. 7 кл. [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений/ А. Г. Мордкович. – 4-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2010.
6. Мордкович А. Г. Алгебра. 8 кл. [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений/ А.Г. Мордкович.– М.: Мнемозина, 2010.
7. Мордкович А. Г. Алгебра. 8 кл. [Текст]: задачник для общеобразовательных учреждений/ А. Г. Мордкович, Т. Н. Мишустина, Е. Е. Тульчинская. – 3-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2010.
8. Мордкович А. Г. Алгебра. 9 кл. [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений/ А. Г. Мордкович. – 4-е изд. - М.: Мнемозина, 2009.
9. Мордкович А. Г. Алгебра. 7-9 кл. [Текст]: методическое пособие для учителя/ А. Г. Мордкович.- М.: Мнемозина, 2000.
10. Мордкович А. Г. Беседы с учителями математики [Текст]/ А. Г. Мордкович. – М.: Школа – Пресс, 1995. – (Библиотека журнала «Математика в школе»).
- 11.Роберт И. В. Толкование слов и словосочетаний понятийного аппарата информации образования [Текст]/ И. В. Роберт// Информатика и образование.- 2004.- №5.- С.
- 12.Селевко Г. К. Современные образовательные технологии [Текст]/ Г. К. Селевко.- М.: Народное образование, 1998.
- 13.Хинчин А.Я Педагогические статьи. М.: издательство Академии педагогических наук России.
14. Шилов Г. Е. Как строить графики [Текст]/ Г. Е. Шилов. – М.: Государственное издательство физико–математической литературы, 1959.
- 15.<http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/primenenie-informacionnyh-tehnologiy-na-urokah-matematiki>
- 16.<http://ege-ok.ru/2012/05/21/kvadratichnaya-funktsiya-i-ee-grafik/>
- 17.<http://www.slideshare.net/>

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1.

Устные упражнения

Одним из средств, способствующих лучшему усвоению математики, являются устные упражнения. С их помощью учащиеся отчетливее понимают сущность математических понятий, теорем, математических преобразований. Устная работа на уроках математики весьма оживляет урок. На ней можно отдохнуть, в хорошем смысле этого слова, развлечься. Это самый «свободный» этап урока. Вопросы быстро сменяют друг друга, и если не знаешь ответ на один, то не беда, сможешь проявить себя на следующем. Это динамичный, активный вид деятельности, вносящий разнообразие в уроки математики. Кроме того, каждый ученик может отличиться, «заработать» поощрение, хорошую оценку и т.п. Устные упражнения активизируют мыслительную деятельность учащихся, развивают внимание, наблюдательность, память, речь, быстроту реакции, повышают интерес к изучаемому материалу. Они дают возможность изучить большой по объему материал за более короткий промежуток времени, позволяют учителю судить о готовности класса к изучению нового материала, о степени его усвоения, помогают выявлять ошибки учащихся. Проводимые в начале урока устные упражнения помогают учащимся быстро включаться в работу, в середине или конце урока служат своеобразной разрядкой после напряжения и усталости, вызванных письменной или практической работой. В ходе выполнения этих упражнений учащиеся чаще, чем на других этапах урока, получают возможность устно отвечать, причем они сразу проверяют правильность своего ответа. В отличие от письменных упражнений содержание устных таково, что решение их не требует большого числа рассуждений, преобразований, громоздких вычислений.

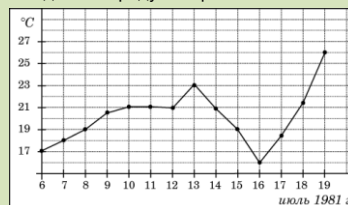
Задачи по готовым чертежам.

Задачи по готовым чертежам

Выполнила
Карпунина Елена Владимировна
учитель математики
МОУ лицея №86

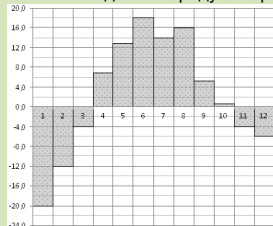
г.Ярославль
2012

На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какой была наименьшая среднесуточная температура за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



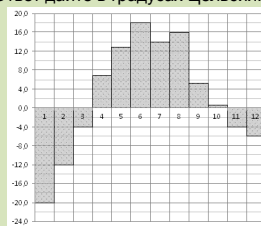
Ответ: 16.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в период с мая по декабрь 1973 года включительно. Ответ дайте в градусах Цельсия.



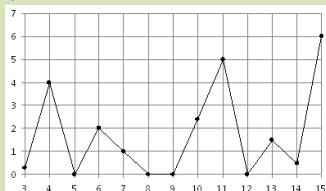
Ответ: - 6.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



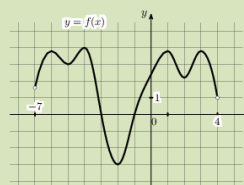
Ответ: 38.

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода не выпадало осадков.



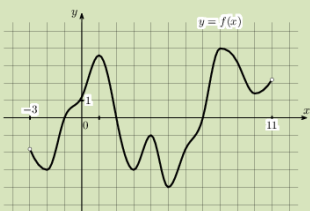
Ответ: 4.

Функция задана графиком. Укажите промежуток, на котором функция принимает только отрицательные значения



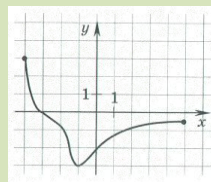
- 1) $(-4; -2)$
- 2) $(-3; 0)$
- 3) $(-3; -2)$
- 4) $(-1; 4)$

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 11)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



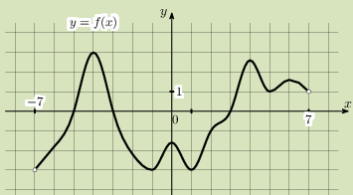
Ответ: 8.

Функция задана графиком. Укажите промежуток, на котором она возрастает.



- 1) $[-4; -3]$
- 2) $[-1; 5]$
- 3) $[-3; 0]$
- 4) $[-3; -1]$

Функция задана графиком. Укажите количество промежутков, на которых функция убывает



- 1) 2
- 2) 3
- 3) 4
- 4) 1

Использованные ресурсы

Открытый банк заданий ЕГЭ по математике

Приложение 2.

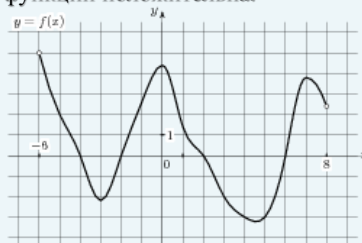
Экстремумы функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на указанном промежутке.

**Экстремумы функции.
Нахождение наибольшего и
наименьшего значения функции на
указанном промежутке
(устная работа)**

Подготовила
учитель математики
МОУ лицея №86
Карпунина Елена Владимировна

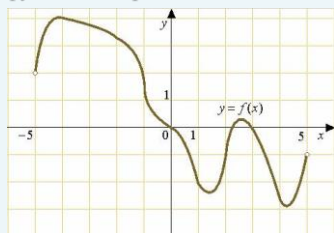
Ярославль
2011

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



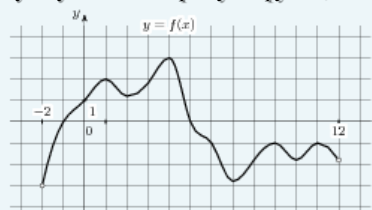
Ответ: 4

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



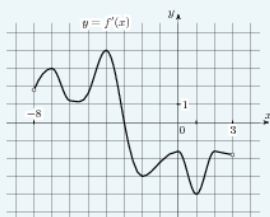
Ответ: 7

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции.



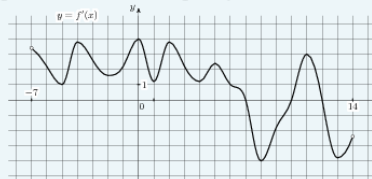
Ответ: 44

На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция принимает наибольшее значение.



Ответ: -3

На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 14)$. Найдите количество точек максимума функции, принадлежащих отрезку $[-6; 9]$.



Ответ: 1

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 4t + 17$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9$ с.

Ответ: 104

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t + 23$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 3$ с.

Ответ: 59

Найдите точку минимума функции

$$y = -\frac{x}{x^2 + 9}$$

Найдите точку максимума функции

$$y = -\frac{x}{x^2 + 9}$$

Найдите наименьшее значение функции

$$y = -17 - 0,5\sqrt{3}\pi + 3\sqrt{3}x - 6\sin x$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Найдите наименьшее значение функции

$$y = -17 - 6,5\pi + 26x - 26\sqrt{2}\sin x$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 6\sin x - 3\sqrt{3}x + 0,5\sqrt{3}\pi + 17$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Использованные ресурсы

- Открытый банк задач ЕГЭ по математике mathege.ru

Приложение 3.

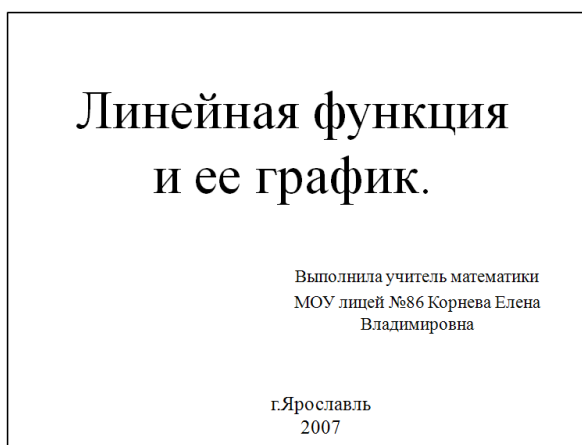
Конспект урока алгебры в 7 классе

Тема «Линейная функция и ее график».

Цель урока: Познакомить ребят с линейной функцией (дать определение линейной функции, построить график).

Средства обучения: компьютер, мультимедиа-проектор, экран, презентация.

На экране слайд № 1.



1. Проверка домашнего задания. Задания, которые вызвали у ребят затруднения, разобрать на доске.
2. Устные упражнения. В данных равенствах выразить одну переменную через другую:

$$\begin{aligned} a + b = 4; \quad c - n = -2; \quad 2t + s = 1; \quad 5d - 4m = 12; \\ 4x + 5r = 6; \quad u - 7a = 9; \quad d + 7t = 10 \end{aligned}$$

3. Изучение нового материала.

Задание: выразить переменную y из уравнения $ax + by + c = 0$.

Учитель нажимает на клавишу компьютерной «мышки», на экране слайд № 2, на котором постепенно (по нажатию «мышки») появляются алгебраические выражения.

Выразить y из уравнения $3x - 2y + 6 = 0$.

Выразить y из уравнения $3x - 2y + 6 = 0$.

$$2y = 3x + 6$$

Выразить y из уравнения $3x - 2y + 6 = 0$.

$$2y = 3x + 6$$

$$y = \frac{3x + 6}{2}$$

Выразить y из уравнения $3x - 2y + 6 = 0$.

$$2y = 3x + 6$$

$$y = \frac{3x + 6}{2}$$

$$y = 1,5x + 3$$

Слайд № 3.

Выразить y из уравнения $5x - 2y = 0$.

.

Выразить y из уравнения $5x - 2y = 0$.

$$2y = 5x$$

Выразить y из уравнения $5x - 2y = 0$.

$$2y = 5x$$

$$y = 2,5x$$

Слайд № 4.

Выразить y из уравнения $3x + 2y - 16 = 0$.

Выразить y из уравнения $3x + 2y - 16 = 0$.

$$2y = 16 - 3x$$

Выразить y из уравнения $3x + 2y - 16 = 0$.

$$2y = 16 - 3x$$

$$y = \frac{16 - 3x}{2}$$

Выразить y из уравнения $3x + 2y - 16 = 0$.

$$2y = 16 - 3x$$

$$y = \frac{16 - 3x}{2}$$

$$y = 8 - 1,5x$$

Слайд № 5.

Рассмотрим преобразования в общем виде.

$$ax + by + c = 0$$

Рассмотрим преобразования в общем виде.

$$ax + by + c = 0$$

Рассмотрим преобразования в общем виде.

$$ax + by + c = 0$$

$$by = -ax - c$$

Рассмотрим преобразования в общем виде.

$$ax + by + c = 0$$

$$by = -ax - c$$

$$y = \frac{-ax - c}{b}$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

Рассмотрим преобразования в общем виде.

$$ax + by + c = 0$$

$$by = -ax - c$$

$$y = \frac{-ax - c}{b}$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

Введем обозначения $-\frac{a}{b} = k$ $-\frac{c}{b} = m$
получим $y = kx + m$.

Слайд № 6.

Линейное уравнение с двумя переменными

$$ax + by + c = 0$$

можно всегда преобразовать к виду

$$y = kx + m,$$

где k и m – числа(коэффициенты),

причем $k \neq 0$.

Слайд № 7.

$$y = kx + m$$

Этот частный вид линейного уравнения будем
называть **линейной функцией**.

$$y = kx + m$$

Этот частный вид линейного уравнения будем называть **линейной функцией**.
Графиком линейной функции является **прямая**.

С помощью данного равенства легко, указав конкретное значение x , вычислить соответствующее значение y . Например, $y = 2x + 4$, тогда:

если $x = 0$, то $y = 4$;

если $x = 2$, то $y = 8$;

если $x = -1$, то $y = 2$ и т.д.

Обычно результаты вычислений оформляют в виде таблицы

x	0	2	-1
y	4	8	2

Значения y из второй строки таблицы называют значениями линейной функции $y = 2x + 4$, соответственно, в точках $x = 0$, $x = 2$, $x = -1$.

В равенстве $ax + by + c = 0$ переменные x и y равноправны, а в уравнении $y = kx + m$ – нет, конкретные значения мы придаем переменной x , а значения переменной y зависят от выбранного значения переменной x . Поэтому обычно говорят, что x – независимая переменная (или аргумент), а y – зависимая переменная.

Слайд № 8.

Задача: Поезд идет со скоростью 50км/ч. Какое расстояние пройдет поезд за 3 часа? За 5 часов? За 8 часов? Постройте график движения поезда.

$V = 50 \text{ км/ч;}$



$S = 50t$

$V = 50 \text{ км/ч;}$ $t = 3 \text{ ч; } S = 150 \text{ км.}$



$S = 50t$

$V = 50 \text{ км/ч;}$ $t = 3 \text{ ч; } S = 150 \text{ км.}$
 $t = 5 \text{ ч; } S = 250 \text{ км.}$



$S = 50t$

$V = 50 \text{ км/ч}$; $t = 3 \text{ ч}$; $S = 150 \text{ км}$.
 $t = 5 \text{ ч}$; $S = 250 \text{ км}$.
 $t = 8 \text{ ч}$; $S = 400 \text{ км}$.



$$S = 50t$$

$V = 50 \text{ км/ч}$; $t = 3 \text{ ч}$; $S = 150 \text{ км}$.
 $t = 5 \text{ ч}$; $S = 250 \text{ км}$.
 $t = 8 \text{ ч}$; $S = 400 \text{ км}$.



t	3	5	8
S	150	250	400

$$S = 50t$$

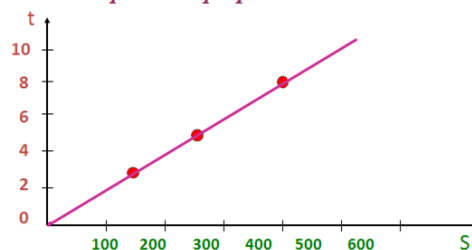
Слайд № 9. Построение графика движения поезда.

t	3	5	8
S	150	250	400

-независимая переменная
(аргумент)

-зависимая переменная

Построение графика движения $S=50t$.



Линейная функция – это специальный вид линейного уравнения с двумя переменными. Графиком уравнения $y = kx + m$, как всякого линейного уравнения с

двумя переменными, является прямая – ее также называют графиком линейной функции $y = kx + m$.

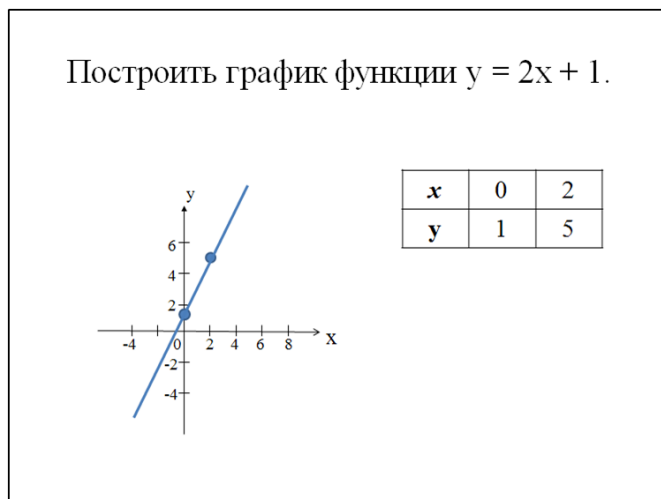
Задание: Постройте графики функций:

$$y = 2x + 1;$$

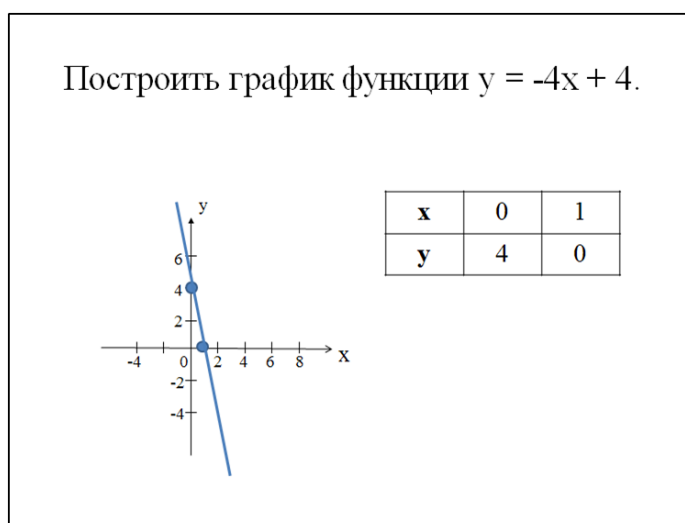
$$y = -4x + 4;$$

$$y = 2x - 3.$$

Слайд № 10.

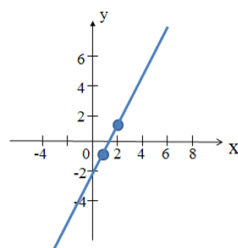


Слайд № 11.



Слайд № 12.

Построить график функции $y = 2x - 3$.

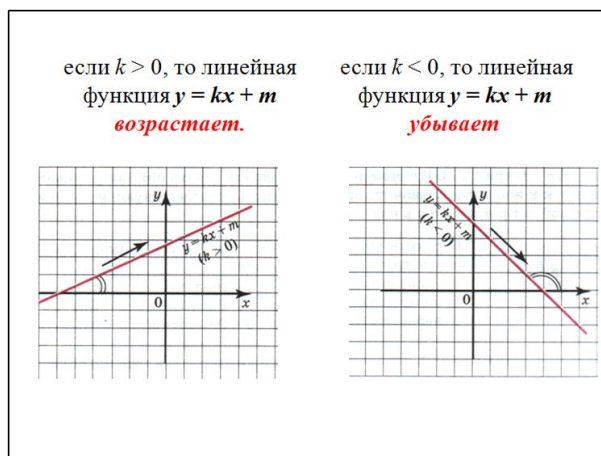


x	1	2
y	-1	1

Рассмотрим график линейной функции $y = 2x - 3$. Если двигаться по этому графику слева направо, то ординаты точек графика все время увеличиваются, мы как бы «поднимаемся в горку». В таких случаях математики употребляют термин *возрастание* и говорят так: если $k > 0$, то линейная функция $y = kx + m$ возрастает.

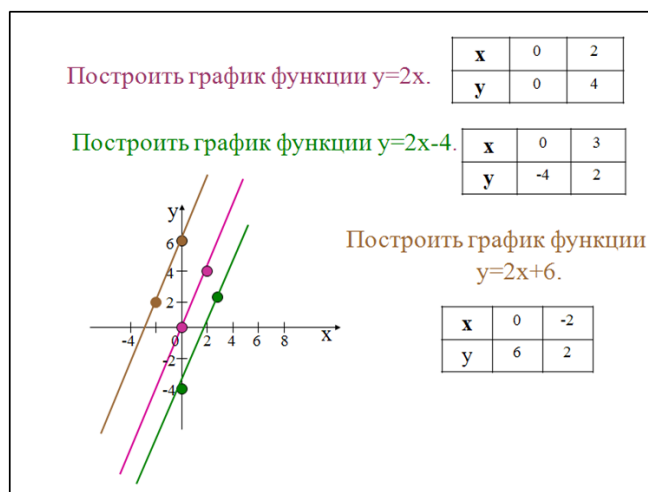
Рассмотрим график линейной функции $y = -4x + 4$. Если двигаться по этому графику слева направо, то ординаты точек графика все время уменьшаются, мы как бы «спускаемся с горки». В таких случаях математики употребляют термин *убывание* и говорят так: если $k < 0$, то линейная функция $y = kx + m$ убывает.

Слайд № 13.



Задание: Постройте в одной координатной плоскости графики функций $y=2x$, $y=2x-4$, $y=2x+6$. Что можно сказать про графики этих функций?

Слайд № 14.



Домашнее задание: учебник §29, №1003, 1004(аб), 1007(а), 1010.

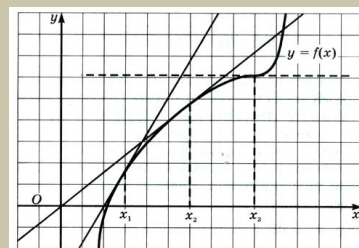
Приложение 4.

Применение производной. Исследование функций на монотонность

Применение производной. Исследование функций на МОНОТОННОСТЬ.

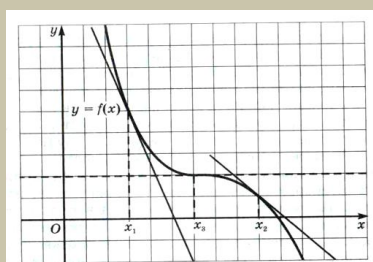
Выполнила
учитель математики
МОУ лицея №86
Карпунина Елена Владимировна
Ярославль
2009

Возрастающая функция



$$f'(x) \geq 0.$$

Убывающая функция



$$f'(x) \leq 0.$$

Между характером монотонности функции и знаком ее производной есть определенная связь:

если функция возрастает на промежутке и имеет на нем производную, то производная неотрицательна;

если функция убывает на промежутке и имеет на нем производную, то производная неположительна.

Теорема 1. Если во всех точках открытого промежутка X выполняется неравенство $f'(x) > 0$ (причем равенство $f'(x) = 0$ выполняется лишь в отдельных точках и не выполняется ни на каком сплошном промежутке), то функция $y = f(x)$ возрастает на промежутке X .

Теорема 2. Если во всех точках открытого промежутка X выполняется неравенство $f'(x) < 0$ (причем равенство $f'(x) = 0$ выполняется лишь в отдельных точках и не выполняется ни на каком сплошном промежутке), то функция $y = f(x)$ убывает на промежутке X .

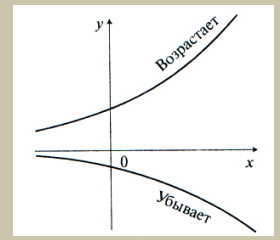
Пример 1. Доказать, что функция $y = x^5 + 2x^3 - 4$ возрастает на всей числовой прямой.

Пример 2. а) Доказать, что функция $y = 5 \cos x + \sin 4x - 10x$ убывает на всей числовой прямой;
б) решить уравнение $y = 5 \cos x + \sin 4x - 10x = x^3 + 5$.

Не каждое уравнение вида $f(x) = g(x)$ в результате преобразований или с помощью удачной замены переменной можно свести к уравнению того или иного стандартного вида, для которого существует определенный алгоритм решения.

В таких случаях иногда оказывается полезным использовать некоторые свойства функций $y = f(x)$, $y = g(x)$.

Если одна из функций убывает, а другая возрастает на промежутке X , то уравнение $f(x) = g(x)$ либо имеет один корень на промежутке X и тогда можно найти его подбором, либо не имеет корней.



Пример 3. а) Исследовать на монотонность функцию
 $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$;
б) построить график этой функции.

Использованные ресурсы

- Алгебра и начала анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч.1. Учебник (профильный уровень) Мордкович А.Г., Семенов П.В., 2007

Приложение 5.

Степенные функции, их свойства и график

Степенные функции, их свойства и графики

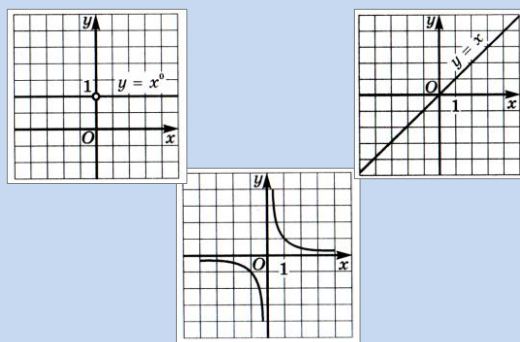
Выполнила
учитель математики
МОУ лицей № 86
Карпунина Елена Владимировна

Ярославль
2009

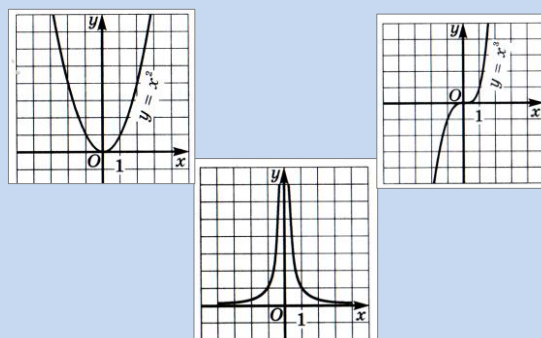
Определение

Степенными функциями называют функции вида $y = x^r$, где r – любое рациональное число.

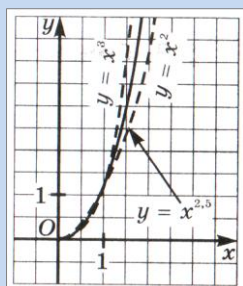
Известные функции из курса алгебры 7 – 9 классов



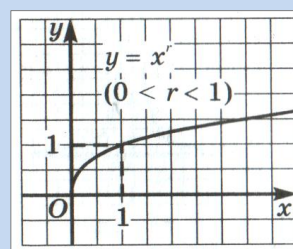
Известные функции из курса алгебры 7 – 9 классов



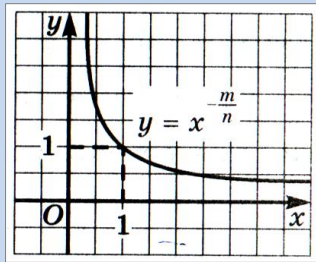
$$y = x^r, \text{ где } r = 2,5 \quad (r > 1)$$



$$y = x^r, \text{ где } 0 < r < 1$$



$$y = x^r, \text{ где } r < 1$$



Дифференцируемость степенной функции

Теорема. Если $x > 0$ и r – рациональное число, то производная степенной функции

$$y = x^r$$

вычисляется по формуле

$$(x^r)' = rx^{r-1}$$

Приложение 6.

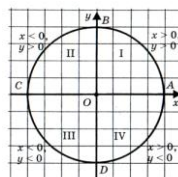
Элементы теории тригонометрических функций

Элементы теории тригонометрических функций

Выполнила учитель
математики МОУ лицей №86
Карпунина
Елена Владимировна

г.Ярославль
2008

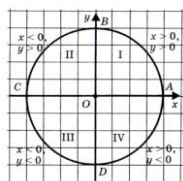
Числовая окружность на координатной плоскости



Расположим числовую окружность в декартовой прямоугольной системе координат: центр окружности совместим с началом координат, ее радиус примем за масштабный отрезок.

$A = A(1;0)$, $B = B(0;1)$,
 $C = C(-1;0)$, $D = D(0;-1)$

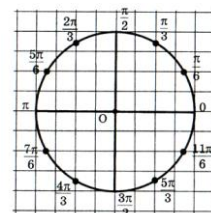
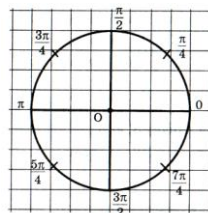
Числовая окружность на координатной плоскости



Для любой точки $M(x;y)$ числовой окружности выполняются неравенства:
 $-1 \leq x \leq 1$;
 $-1 \leq y \leq 1$.

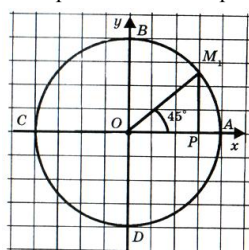
Уравнение числовой окружности: $x^2 + y^2 = 1$

Числовая окружность на координатной плоскости



Числовая окружность на координатной плоскости

Найдем координаты точки M – середины первой координатной четверти.



Точке M на числовой окружности соответствует число $\pi/4$

$M(x;y)$, причем, $x = y$.
Координаты точки удовлетворяют уравнению окружности
 $x^2 + y^2 = 1$

Числовая окружность на координатной плоскости

В результате, чтобы найти координаты точки M необходимо решить систему уравнений

$$\begin{cases} x = y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

при условии, $x > 0$, $y > 0$.

Решением является пара чисел $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Использованные ресурсы

- Алгебра и начала анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч.1. Учебник (профильный уровень) *Мордкович А.Г., Семенов П.В.*, 2007

Показательная функция, её свойства и график

Показательная функция, её свойства и график.

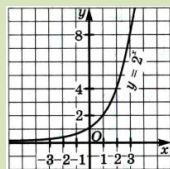
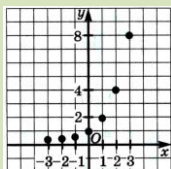
Выполнила
учитель математики
МОУ лицей №86
Карпунина Елена Владимировна

Ярославль
2009

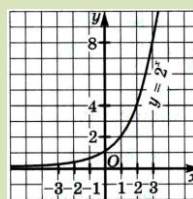
Рассмотрим функцию вида $y = 2^x$,
определенную на множестве всех
действительных чисел.

График

x	0	1	-1	2	-2	3	-3
y	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$



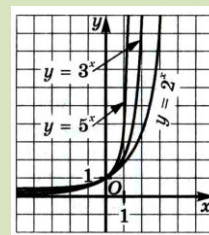
Свойства функции $y = 2^x$



1. $D(y): x \in (-\infty; +\infty)$
2. Функция общего вида
3. Возрастает
4. Ограничена снизу и не ограничена сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Непрерывна
7. $E(y): y \in (0; +\infty)$
8. Выпукла вниз

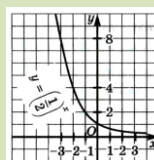
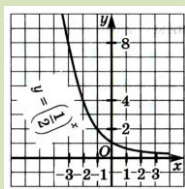
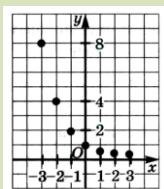
Точно такими же функциями обладает
любая функция вида $y = a^x$, где $a > 1$.

Построить в одной системе координат
графики функций $y = 2^x$ $y = 3^x$ $y = 5^x$

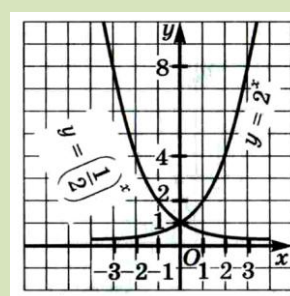
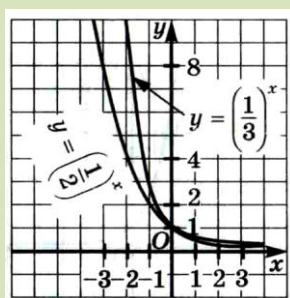


$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

x	0	-1	1	-2	2	-3	3
y	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$



1. $D(y): x \in (-\infty; +\infty)$
2. Функция общего вида
3. Убывает
4. Ограничена снизу и не ограничена сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Непрерывна
7. $E(y): y \in (0; +\infty)$
8. Выпукла вниз



Определение

Функцию вида $y = a^x$, где $a > 0$, $a \neq 1$ называют *показательной функцией*.

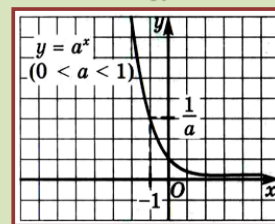
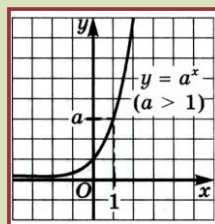
Основные свойства показательной функции:

№ п/п	$a > 1$	$0 < a < 1$
1	$D(f) = (-\infty; +\infty)$	$D(f) = (-\infty; +\infty)$
2	$E(f) = (0; +\infty)$	$E(f) = (0; +\infty)$
3	Возрастает	Убывает
4	Непрерывна	Непрерывна

Определение

Функцию вида $y = a^x$, где $a > 0$, $a \neq 1$ называют *показательной функцией*.

Основные свойства показательной функции:



Первое важное замечание. Школьники часто путают термины: степенная функция, показательная функция. Сравните: $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^{\frac{1}{2}}$, $y = x^{-2.5}$ — это примеры степенных функций; $y = 2^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = (2.5)^x$ — это примеры показательных функций. Вообще $y = x^r$, где r — конкретное число, — *степенная функция* (аргумент x содержится в основании степени); $y = a^x$, где a — конкретное число (положительное и отличное от 1), — *показательная функция* (аргумент x содержится в показателе степени).

А такую «экзотическую» функцию, как $y = x^x$, не считают ни показательной, ни степенной (ее иногда называют показательно-степенной).

Среди заданных функций укажите те, которые являются показательными:

11.8. а) $y = 3^x$; б) $y = x^3$; в) $y = x^{\frac{5}{3}}$; г) $y = (\sqrt{3})^x$.

11.9. а) $y = \pi^x$; б) $y = x^x$; в) $y = (\sqrt{x})^5$; г) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^x$.

Устная работа.

Второе важное замечание. Обычно не рассматривают показательную функцию с основанием $a = 1$ или с основанием a , удовлетворяющим неравенству $a \leq 0$, показательная функция $y = a^x$ при $a = 1$ «вырождается» в постоянную функцию $y = 1$ — это неинтересно. Если $a = 0$, то $0^x = 0$ для любого положительного значения x , т. е. мы получаем функцию $y = 0$, определенную при $x > 0$, — это тоже неинтересно. Если, наконец, $a < 0$, то выражение a^x имеет смысл лишь при целых значениях x , а мы все-таки предпочитаем рассматривать функции, определенные на сплошных промежутках.

Устная работа.

11.11. Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = 2^x$ принимает заданное значение:

а) 16; б) $8\sqrt{2}$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\frac{1}{32\sqrt{2}}$.

11.12. Найдите значение аргумента x , при котором функция

$y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ принимает заданное значение:

а) $\frac{1}{25}$; б) $\frac{1}{25\sqrt{5}}$; в) 125; г) $625\sqrt{5}$.

Решить уравнения и неравенства

а) $2^x = 1$;

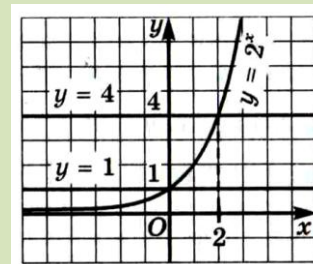
в) $2^x = 8$;

б) $2^x = 4$;

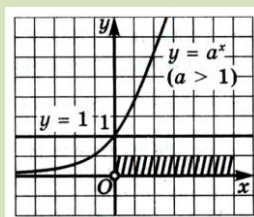
г) $2^x = \frac{1}{16}$;

д) $2^x > 1$;

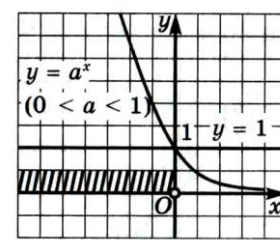
е) $2^x < 4$.



Теорема 2. Если $a > 1$, то неравенство $a^x > 1$ справедливо тогда и только тогда, когда $x > 0$ (рис. 51), неравенство $a^x < 1$ справедливо тогда и только тогда, когда $x < 0$.



Теорема 3. Если $0 < a < 1$, то равенство $a^t = a^s$ справедливо тогда и только тогда, когда $t = s$.



Примеры решения задач по теме

С помощью графиков функций (используя соответствующие свойства функций) можно решать показательные уравнения и неравенства, находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

№ 1. Решите уравнение $2^{3x} = 128$

$2^{3x} = 2^7$ воспользуемся тем, что функция $y = 2^t$ монотонна (возрастает), поэтому из равенства следует

$$3x = 7$$

$$x = 2\frac{1}{3}$$

№ 2. Решите неравенство $8^x > 64$

$$8^x > 8^2$$

так как функция $y = 8^t$
возрастает при $t \geq 0$, то $x > 2$.

№ 3. Сравните значения выражений $0,5^m$
и $0,5^k$, если $m = -0,8$, $k = -0,4$.

Так как $m = -0,8$, $k = -0,4$, то $m < k$.
Учитывая, что функция $y = 0,5^t$ монотонна
(убывает), поэтому $0,5^m > 0,5^k$.

№ 4. Решите уравнение: $(0,2)^x = x + 6$.

Данное уравнение возможно
решить, используя свойства и графики
функций $y = (0,2)^x$ и $y = x + 6$.

Функция $y = (0,2)^x$ – показательная,
является убывающей, так как $0,2 < 1$.

Функция $y = x + 6$ – линейная,
возрастающая, так как $k = 1$.

Учитывая эти факты, определим
 $x = -1$.

Домашнее задание

Учебник стр. 81 – 93.

Задачник № 11.1 – 11.7 (г),
11.11 – 11.12 (в,г)

Приложение 8.

Задания по теме «Функция» (1)

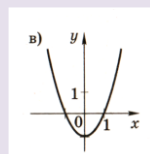
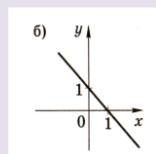
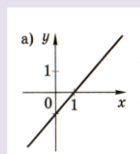
Задания по теме «Функции»

Выполнила учитель математики
МОУ лицей №86
Карпунина Елена Владимировна

г.Ярославль
2007

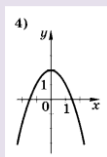
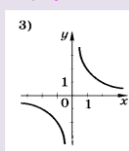
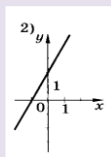
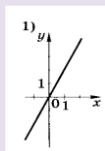
Для каждой функции, заданной формулой,
укажите ее график.

- 1) $y = -x + 1$ 2) $y = x - 1$ 3) $y = x^2 - 1$



Каждый график соотнесите
с соответствующей ему формулой

- а) $y = 2/x$ в) $y = 2 - x^2$
б) $y = 2x$ г) $y = 2x + 2$



Дана функция $y = ax^2 + bx + c$. На каком
рисунке изображен график этой функции,
если известно, что $a > 0$ и квадратный
трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два
положительных корня?

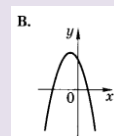
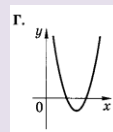
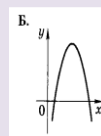
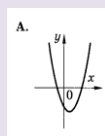
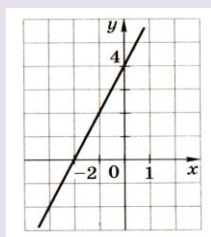


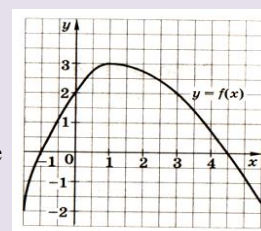
График какой функции изображен на
рисунке?

- А. $y = 2x + 4$
Б. $y = -2x + 4$
В. $y = x^2 - 4$
Г. $y = -x^2 + 4$



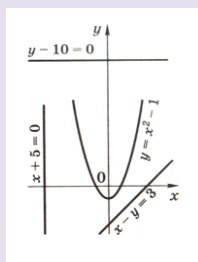
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$.
Из приведенных утверждений выберите верное.

- А. $f(-1) > f(3)$
Б. Функция $y = f(x)$
убывает на промежутке
 $[1; +\infty)$
В. $f(2) = 0$



- Г. Наибольшее значение
функции $y = f(x)$ равно 1.

На рисунке изображена парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая не имеет решений.



А. $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$

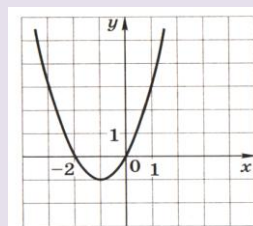
Б. $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ x + 5 = 0 \end{cases}$

В. $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y - 10 = 0 \end{cases}$

Г. Все три указанные системы.

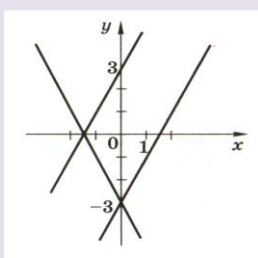
На рисунке изображен график функции $y = x^2 + 2x$

Используя этот график, решите неравенство $x^2 + 2x \leq 0$



Ответ: $-2 \leq x \leq 0$

Какая из следующих прямых отсутствует на рисунке?



А. $y = 2x + 3$

Б. $y = 2x - 3$

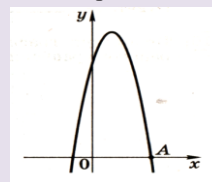
В. $y = -2x + 3$

Г. $y = -2x - 3$

На рисунке изображен график функции

$$y = -2x^2 + 4x + 6$$

Вычислите координаты точки А.



Ответ: $(3; 0)$

Литература

- Кузнецова Л.В. Алгебра[Текст]: сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс/Л.В.Кузнецова и др. - М.: Дрофа, 2001.
- Кузнецова Л.В. Алгебра[Текст]: сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе/Л.В.Кузнецова и др. - М.: Просвещение, 2006.
- Колесникова Т.В. ЕГЭ. Математика. 9 класс [Текст]: экспериментальная экзаменационная работа. Типовые тестовые задания/ Т.В.Колесникова. - М.: Экзамен, 2007.

Приложение 9.

Задания по теме «Функция» (2)

Задания по теме «Функции»

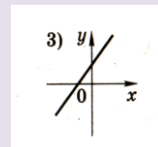
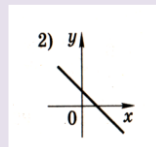
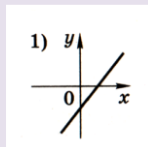
Выполнила учитель математики
МОУ лицей №86
Карпунина Елена Владимировна

г.Ярославль
2007

На рисунке изображены графики функций вида
 $y = kx + b$.

Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

- а) $k > 0, b > 0$ б) $k > 0, b < 0$ в) $k < 0, b > 0$



На рисунке изображены графики функций вида
 $y = ax^2 + c$
Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов a и c .

- а) $a < 0, c > 0$ б) $a > 0, c < 0$ в) $a < 0, c < 0$

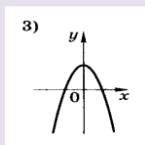
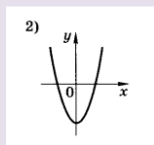
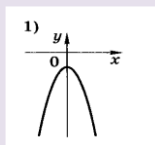
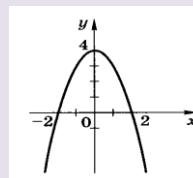


График какой функции изображен на рисунке?



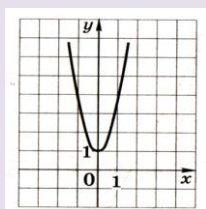
A. $y = x^2 - 2$

B. $y = x^2 + 4$

Б. $y = -x^2 + 2$

Г. $y = -x^2 + 4$

График какой функции изображен на рисунке?



A. $y = 2x$

B. $y = 2x^2$

Б. $y = 2x + 2$

Г. $y = 2x^2 + 1$

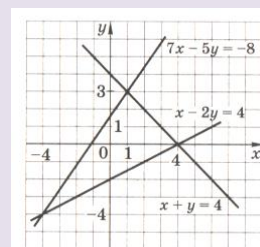
Пользуясь рисунком, укажите систему уравнений, решением которой является пара $x = 4, y = 0$.

A. $\begin{cases} x + y = 4 \\ 7x - 5y = -8 \end{cases}$

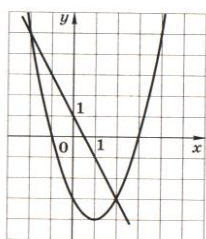
Б. $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 7x - 5y = -8 \end{cases}$

В. $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$

Г. Такой системы нет.



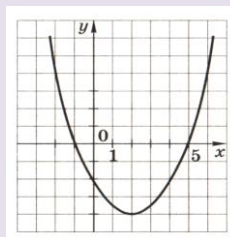
На рисунке изображены графики функций
 $y = x^2 - 2x - 3$ и $y = 1 - 2x$
 Используя графики, решите систему уравнений



$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y = 1 - 2x \end{cases}$$

Ответ: $(-2; 5), (2; -3)$.

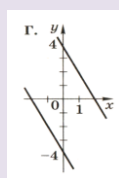
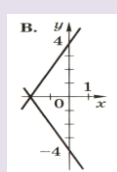
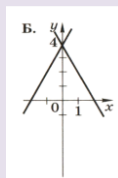
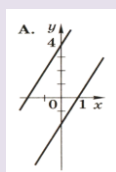
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$.
 Используя график, сравните $f(-1,5)$ и $f(1,5)$.



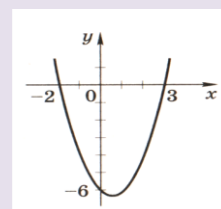
- А. $f(-1,5) > f(1,5)$
- Б. $f(-1,5) < f(1,5)$
- В. $f(-1,5) = f(1,5)$
- Г. Сравнить нельзя

Укажите рисунок, на котором приведена
 графическая иллюстрация решения системы
 уравнений

$$\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$$



На рисунке изображен график функции
 $y = x^2 - x - 6$
 Используя график, решите неравенство
 $x^2 - x - 6 > 0$.



Ответ: $x < -2, x > 3$

Литература

- Кузнецова Л.В. Алгебра[Текст]: сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс/Л.В.Кузнецова и др. - М.: Дрофа, 2001.
- Кузнецова Л.В. Алгебра[Текст]: сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе/Л.В.Кузнецова и др. - М.: Просвещение, 2006.
- Колесникова Т.В. ЕГЭ. Математика. 9 класс [Текст]: экспериментальная экзаменационная работа. Типовые тестовые задания/Т.В.Колесникова. - М.: Экзамен, 2007.

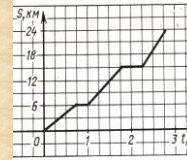
Приложение 10.

Графики

Графики

Выполнила учитель математики
МОУ лицей №86
Карпунина Елена Владимировна

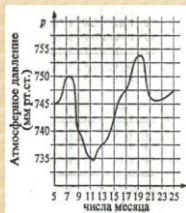
г.Ярославль
2007



На рисунке дан график движения велосипедиста, который выехал из деревни на железнодорожную станцию. Пользуясь графиком, вычислите:

1. Сколько времени затратил велосипедист на весь путь? **2ч 45мин**
2. Какова средняя скорость велосипедиста? **12½ км/ч**
3. Сколько времени затратил велосипедист на остановки? **45минут**
4. Какое расстояние проехал велосипедист? **24км**

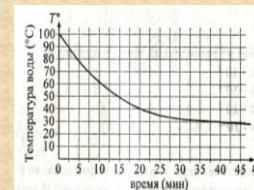
2



Используя график изменения атмосферного давления с 5 по 25 июля, определите, какое утверждение верно.

1. Атмосферное давление повышалось с 15 по 23 июля.
2. Атмосферное давление было выше 745 мм рт.ст. с 7 по 19 июля.
3. Атмосферное давление было ниже 745 мм рт.ст. с 9 по 15 июля.
4. Самое высокое давление было 7 июля.

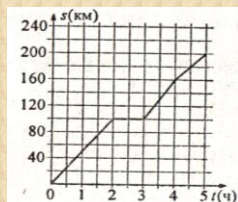
3



Воду в чайнике вскипятили и оставили охлаждаться. Изменение температуры воды через каждые 5 минут показано на графике. Через сколько минут температура понизилась на 40°?

Через 10 минут

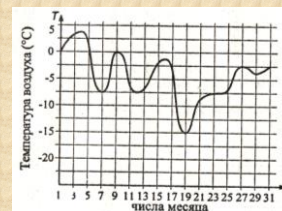
4



По графику движения автомобиля определите:

1. На каком из данных промежутков времени скорость была наибольшей. **От 3 часов до 4 часов**
2. Сколько времени в пути был автомобиль. **5 часов**
3. Сколько времени длилась остановка. **1 час**

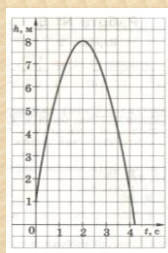
5



Используя график изменения температуры воздуха в декабре, определите, в какой промежуток месяца температура воздуха не превышала 0°.

1 декабря и с 5 по 31 декабря

6

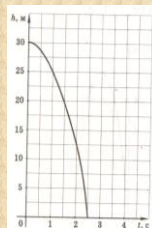


Мяч подбросили вертикально вверх, и он упал на землю. На рисунке изображен график зависимости высоты мяча над землей (h , м) от времени полета (t , с). Используя график, ответьте на вопросы:

1. С какой высоты был подброшен мяч?
1 метр
2. Сколько метров пролетел мяч за первые 3 секунды?
9 метров
3. Через сколько секунд после броска мяч оказался на максимальной высоте?
Через 2 с
4. Когда мяч был на высоте 4,5 м?
Через 1 секунду и через 3 секунды

Через 1 секунду и через 3 секунды

7

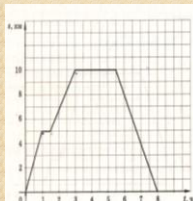


Мяч упал с балкона на землю. График показывает, как во время падения менялась высота мяча над землей. Используя график, ответьте на вопросы:

1. С какой высоты упал мяч?
30 метров
2. Сколько времени падал мяч?
2,5 секунды
3. Какое расстояние пролетел мяч за первую секунду?
5 метров
4. Когда мяч был на высоте 20 м?
Через 1,5 секунды

Через 1,5 секунды

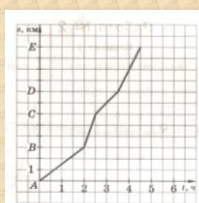
8



На рисунке изображен график движения туристов во время похода.

1. Через сколько часов после выхода туристы вернулись на базу? **Через 8 ч**
2. На каком расстоянии от турбазы был сделан первый привал? **5 км**
3. Сколько времени длился второй привал? **2,5 часа**
4. На какое расстояние туристы удалились от турбазы? **10 км**
5. Сколько времени шли туристы от первого привала до второго? **1,5 часа**

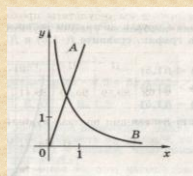
9



Плот плывет по реке. На рисунке изображен график его движения. На каком участке пути скорость течения реки была наименьшей?

- А. От А до В
- Б. От В до С
- В. От С до D
- Г. От D до E

10

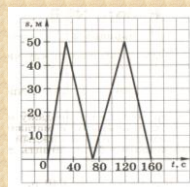


На рисунке схематически изображены графики двух зависимостей:

- 1) зависимости длины одной стороны прямоугольника от длины другой его стороны при постоянной площади;
 - 2) зависимости площади прямоугольника от длины одной из его сторон при постоянной длине другой стороны.
- Какой из графиков является графиком первой зависимости?

Линия В

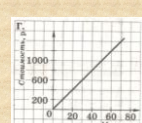
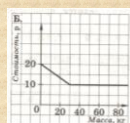
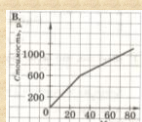
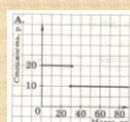
13



На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображен график зависимости расстояния S (в метрах) между пловцом и точкой старта от времени движения t (в секундах) пловца. Определите, какое расстояние преодолел пловец за 1 минуту 40 секунд.

Ответ : 130 метров.

14



В оптовом магазине сахарный песок продается на следующих условиях: первые 30 кг - по цене 20 рублей за килограмм, а далее - по цене 10 рублей за килограмм. Какой график соответствует этим условиям?

15

Литература

- Кузнецова Л.В. Алгебра[Текст]: сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс/Л.В.Кузнецова и др. - М.: Дрофа, 2001.
- Кузнецова Л.В. Алгебра[Текст]: сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе/Л.В.Кузнецова и др. - М.: Просвещение, 2006.
- Колесникова Т.В. ЕГЭ. Математика. 9 класс [Текст]: экспериментальная экзаменационная работа. Типовые тестовые задания/ Т.В.Колесникова. - М.: Экзамен, 2007.

16

Приложение 11.

Методические материалы для подготовки учащихся 9-х классов к итоговой аттестации в новой форме

Методические материалы для подготовки учащихся 9-х классов к итоговой аттестации в новой форме. («Координаты и графики», «Функции»)

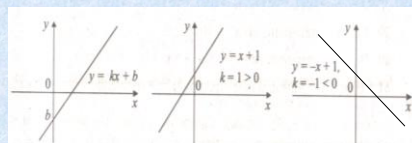
Выполнила Корнева
Елена Владимировна
учитель математики
МОУ лицей №86

Ярославль
2008

1

Координаты и графики (Теоретические сведения)

Графиком линейной функции является **прямая**.
Уравнение $y = kx + b$ является уравнением
прямой, пересекающей ось Oy в точке, ордината
которой равна b . Коэффициент k называется
угловым коэффициентом прямой.



2

Координаты и графики (Теоретические сведения)

Две прямые $y_1 = k_1 x + b_1$ и $y_2 = k_2 x + b_2$
являются **параллельными**, если их угловые
коэффициенты k_1 и k_2 равны и b_1 и b_2 не равны.
Например, прямые $y = 5x - 3$ и $y = 5x + 19$
параллельны.

3

Координаты и графики (Теоретические сведения)

Две прямые $y_1 = k_1 x + b_1$ и $y_2 = k_2 x + b_2$
являются **пересекающимися**, если их угловые
коэффициенты k_1 и k_2 не равны. Например,
прямые $y = 4x + 3$ и $y = 5x - 2$ пересекаются.
Две пересекающиеся прямые имеют одну
общую точку, координаты которой
удовлетворяют каждому из уравнений прямых.

4

Координаты и графики (Теоретические сведения)

Точка лежит на прямой, если ее координаты
удовлетворяют уравнению данной прямой.
Например, точка $A(2;6)$ лежит на прямой $y = 2x + 2$,
так как ее координаты удовлетворяют
уравнению прямой: $6 = 2 \cdot 2 + 2$.

5

Координаты и графики (Теоретические сведения)

- Если точка лежит на **оси абсцисс** (Ox), то ее ордината равна нулю ($y=0$).
- Если точка лежит на **оси ординат** (Oy), то ее абсцисса равна нулю ($x=0$).
- Для построения прямой достаточно знать координаты двух точек.

6

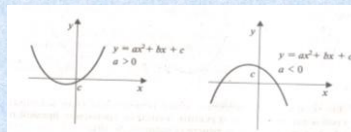
Координаты и графики (Теоретические сведения)

График квадратичной функции называется **параболой**. Уравнение $y = ax^2 + bx + c$, где a, b, c — действительные числа и a — отличное от нуля число, является уравнением параболы, пересекающей ось Oy в точке, ордината которой равна c . Коэффициент a называется старшим коэффициентом.

7

Координаты и графики (Теоретические сведения)

Если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх, если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз.



Координаты вершины параболы $(x_0; y_0)$ находятся с помощью формул:

$$x_0 = -b/2a, \quad y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c.$$

8

Координаты и графики (Теоретические сведения)

Координаты точек пересечения с осями находят с помощью следующих рассуждений:

Абсцисса точки пересечения с осью Oy равна нулю, а ордината равна c .

Ордината точки пересечения с осью Ox равна нулю, а абсциссу можно найти, решив уравнение $ax^2 + bx + c = 0$.

9

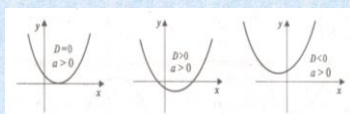
Координаты и графики (Теоретические сведения)

Парабола может иметь одну точку пересечения с осью Ox , может иметь две точки, а может не иметь таких точек. Определить количество точек пересечения параболы $y = ax^2 + bx + c$ с осью Ox можно с помощью исследования дискриминанта квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$:

10

Координаты и графики (Теоретические сведения)

- Если дискриминант равен нулю, то точка пересечения одна;
- Если дискриминант больше нуля, то точек пересечения две;
- Если дискриминант меньше нуля, то точек пересечения нет.



11

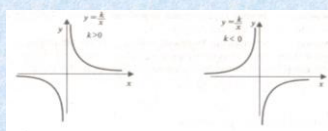
Координаты и графики (Теоретические сведения)

Для нахождения координат точек пересечения (или касания) прямой и параболы нужно решить в системе уравнения прямой и параболы.

12

Координаты и графики (Теоретические сведения)

График обратной пропорциональности $y = k/x$ называется **гиперболой**. Число k — коэффициент, отличный от нуля. В зависимости от знака коэффициента k гипербола будет располагаться либо в I и III квадрантах, либо во II и IV квадрантах.



13

Приложение 12.

Функции. Теоретические материалы.

Функции.

Теоретические материалы.

Выполнила
учитель математики
МОУ лицей №86
Карпунина Елена Владимировна

Ярославль
2008

Определение числовой функции.

Если даны числовое множество X и правило f , позволяющее поставить в соответствие каждому элементу x из множества X определенное число y , то говорят, что задана функция $y = f(x)$ с областью определения X ; пишут $y = f(x)$, $x \in X$.

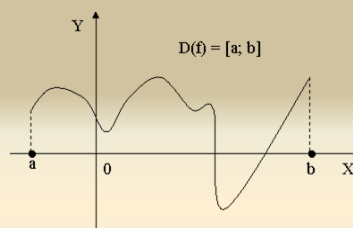
При этом переменную x называют **независимой переменной** или **аргументом**, а переменную y – **зависимой переменной**.

Область определения функции

Для области определения функции $y = f(x)$, $x \in X$ иногда удобно использовать обозначение $D(f)$.

Нельзя говорить о функции $y = f(x)$ без указания ее области определения, которая или указывается явно, или подразумевается – в случае, если область определения функции $y = f(x)$ совпадает с областью определения выражения $f(x)$ (такую область определения иногда называют *естественной*).

Область определения функции

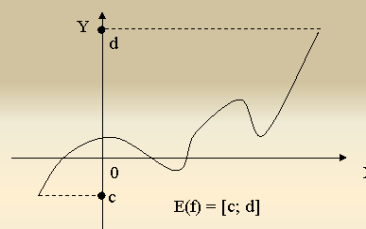


Область значений функции

Множество всех значений функции $y = f(x)$, $x \in X$, называют **областью значений функции** и обозначают $E(f)$.

Если известен график функции, то область значений функции найти сравнительно нетрудно. Для этого достаточно спроецировать график на ось ординат. То числовое множество, геометрическая модель которого получится на оси ординат в результате указанного проецирования, и будет представлять собой $E(f)$.

Область значений функции



Графиком функции называется множество всех таких точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.

Способы задания функции.

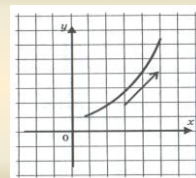
- ✓ Аналитический
- ✓ Графический
- ✓ Табличный
- ✓ Словесный

В школьном курсе математики этих способов вполне достаточно.

Свойства функций.

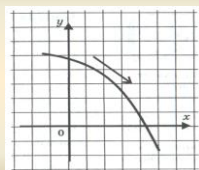
Монотонность.

Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей на множестве $X \in D(f)$** , если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.



Монотонность.

Функцию $y = f(x)$ называют **убывающей на множестве $X \in D(f)$** , если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.



Монотонность.

На практике удобнее пользоваться следующими формулировками:

- функция **возрастает**, если большему значению аргумента соответствует **большее** значение функции;
- функция **убывает**, если большему значению аргумента соответствует **меньшее** значение функции.

Монотонность.

Обычно термины «возрастающая функция», «убывающая функция» объединяют общим названием **монотонная функция**, а исследование функции на возрастание или убывание называют *исследованием функции на монотонность*.

Ограниченность.

Функцию $y = f(x)$ называют **ограниченной снизу на множестве $X \in D(f)$** , если все значения функции на множестве X больше некоторого числа (иными словами, если существует такое число m , что для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) > m$).

Ограниченность.

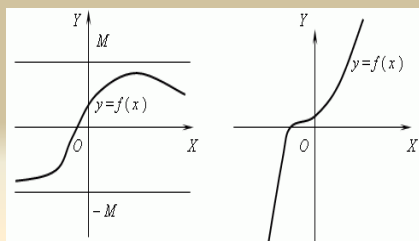
Функцию $y = f(x)$ называют **ограниченной сверху на множестве $X \in D(f)$** , если все значения функции на множестве X меньше некоторого числа (иными словами, если существует такое число M , что для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) < M$).

Ограниченность.

Если множество X не указано, то подразумевается, что речь идет об ограниченности функции сверху или снизу во всей области определения.

Если функция ограничена и сверху, и снизу, то ее называют **ограниченной**.

Ограниченность.



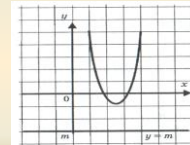
Ограниченная функция

Неограниченная функция

Ограниченность.

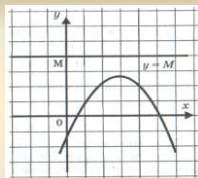
Ограниченность функции легко прочитывается по ее графику:

- ✓ если функция ограничена снизу, то ее график целиком расположен выше некоторой горизонтальной прямой $y = m$



Ограниченность.

- ✓ если функция ограничена сверху, то ее график целиком расположен ниже некоторой горизонтальной прямой $y = M$



Наибольшее и наименьшее значения.

Число m называют **наименьшим значением функции $y = f(x)$ на множестве $X \in D(f)$** , если:

1. в X существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = m$;
2. для всех x из X выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

Наибольшее и наименьшее значения.

Число M называют **наибольшим значением функции $y = f(x)$ на множестве $X \in D(f)$** , если:

1. в X существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = M$;
2. для всех x из X выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Достаточно очевидны следующие полезные утверждения:

- Если у функции существует $y_{\text{наим.}}$, то она ограничена снизу.
- Если у функции существует $y_{\text{наиб.}}$, то она ограничена сверху.
- Если функция не ограничена снизу, то $y_{\text{наим.}}$ не существует.
- Если функция не ограничена сверху, то $y_{\text{наиб.}}$ не существует.

Наибольшее и наименьшее значения.

Число m называют **наибольшим значением функции** $y = f(x)$ на множестве $X \in D(f)$, если:

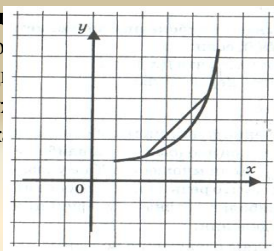
1. в X существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = M$;
2. для всех x из X выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Достаточно очевидны следующие полезные утверждения:

- Если у функции существует $y_{\text{наим.}}$, то она ограничена снизу.
- Если у функции существует $y_{\text{наиб.}}$, то она ограничена сверху.
- Если функция не ограничена снизу, то $y_{\text{наим.}}$ не существует.
- Если функция не ограничена сверху, то $y_{\text{наиб.}}$ не существует.

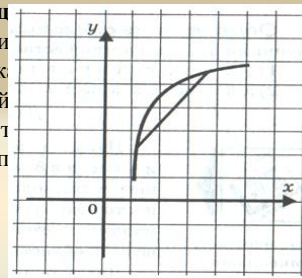
Выпуклость функции.

Функцию $y = f(x)$ называют **выпуклой** на промежутке X , если со стороны X (с абсциссой x) график функции не лежит выше отрезка, соединяющего две точки графика.



Выпуклость функции.

Функцию $y = f(x)$ называют **вогнутой** на промежутке X , если со стороны X (с абсциссой x) график функции не лежит ниже отрезка, соединяющего две точки графика.



Четность и нечетность.

Функцию $y = f(x)$, $x \in X$, называют **четной**, если для любого значения x из множества X выполняется равенство $f(-x) = f(x)$.

Функцию $y = f(x)$, $x \in X$, называют **нечетной**, если для любого значения x из множества X выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$.

Изучение вопроса о том, является ли заданная функция четной или нечетной, обычно называют **исследованием функции на четность**.

Четность и нечетность.

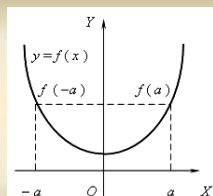
Если функция $y = f(x)$ — четная или нечетная, то ее область определения $D(f)$ — симметричное множество. Если же $D(f)$ — несимметричное множество, то функция $y = f(x)$ не является ни четной, ни нечетной, т.е. функцией общего вида.

Числовое множество X называют **симметричным множеством**, если вместе с каждым своим элементом x содержит и противоположный элемент $-x$. Например, $(-2; 2)$; $[-120; 120]$.

Четность и нечетность.

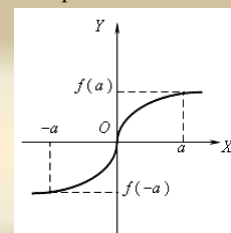
Геометрический смысл свойства четности и свойства нечетности функции:

График четной функции симметричен относительно оси Y .



Четность и нечетность.

График нечетной функции симметричен относительно начала координат.



Непрерывность функции.

Еще одно свойство – **непрерывность функции на промежутке X** – означает, что график функции на промежутке X – сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.

Приложение 13.

Устная работа 1. Решение заданий В8 (подготовка к ЕГЭ)

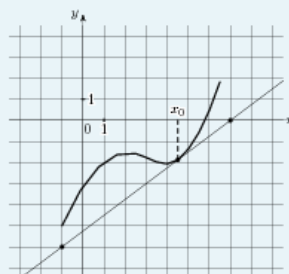
Устная работа. Решение заданий В8.

(Подготовка к ЕГЭ).

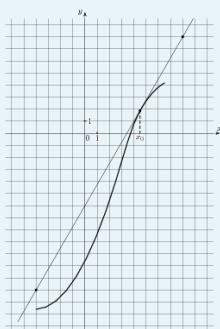
Подготовила учитель
математики МОУ лицея №86
Карпунина Елена Владимировна

Ярославль
2012

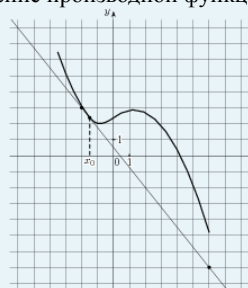
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



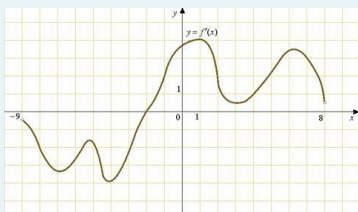
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



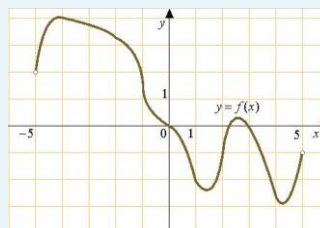
Прямая $y = 3x + 4$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 4x^2 + 3x + 4$. Найдите абсциссу точки касания.

Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

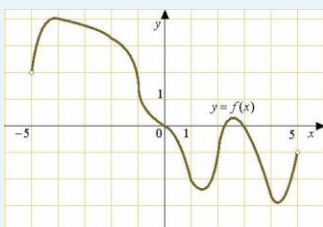
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = x - 7$ или совпадает с ней.



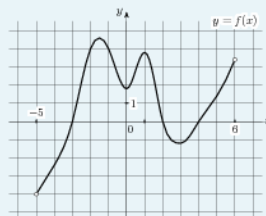
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$.



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек экстремума функции на отрезке $[-4; 4]$.



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 6)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Использованные ресурсы

- Открытый банк задач ЕГЭ по математике mathege.ru

Приложение 14.

Устная работа 2. Решение заданий В8 (подготовка к ЕГЭ)

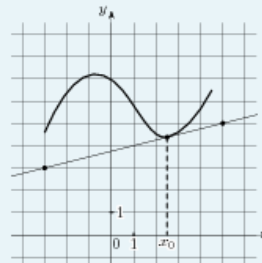
Устная работа. Решение заданий В8.

(Подготовка к ЕГЭ).

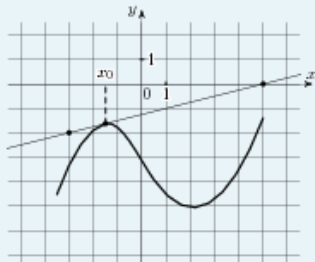
Подготовила учитель
математики МОУ лицея №86
Карпунина Елена Владимировна

Ярославль
2012

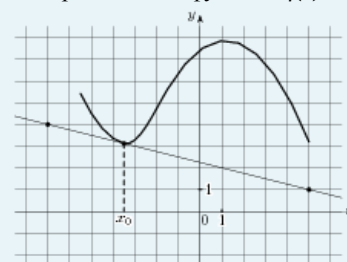
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



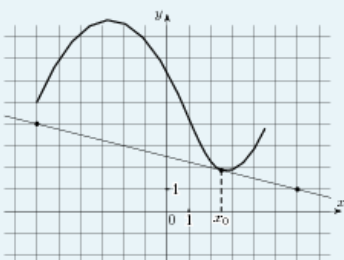
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



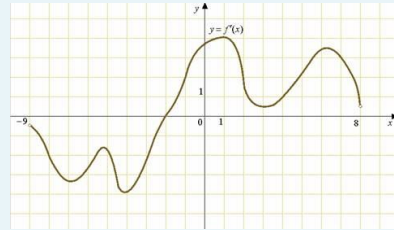
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



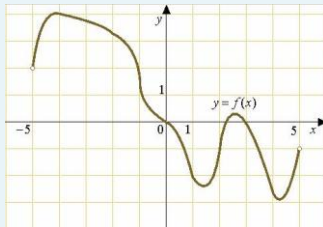
Прямая $y = -6x + 15$ является касательной к
графику функции $y = x^3 + 9x^2 + 9x - 10$.
Найдите абсциссу точки касания.

Прямая $y = -4x + 11$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 5x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

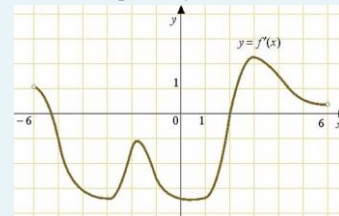
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[-5; 3]$ функция принимает наименьшее значение.



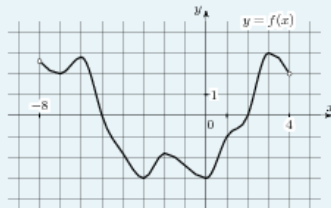
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $y = f(x)$ отрицательна.



На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите промежутки возрастания функции. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



Использованные ресурсы

- Открытый банк задач ЕГЭ по математике mathege.ru